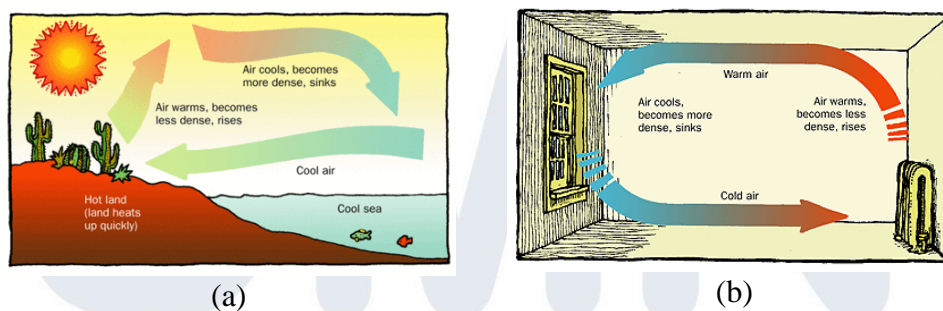


BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Konveksi Alami pada *Inclined Cavity*

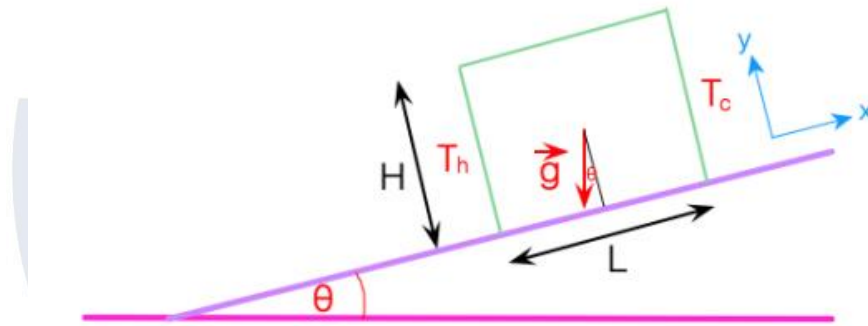
Konveksi alami merupakan bentuk perpindahan panas konveksi di mana fluida bergerak karena diinduksi oleh gaya *buoyancy* akibat adanya perbedaan temperatur pada sistem. Ketika fluida dipanaskan, massa jenis fluida mulai dari yang paling dekat dengan sumber panas berkurang karena peningkatan energi kinetik dalam partikel, sehingga menjadi lebih ringan daripada fluida di sekitarnya. Fluida yang ringan kemudian naik, sedangkan fluida yang lebih berat atau yang mempunyai densitas lebih besar akan turun. Proses ini terus berulang karena fluida yang ringan mendingin saat menjauh dari sumber panas, kemudian turun, sementara fluida yang berat menjadi panas saat mendekati sumber panas dan membuatnya naik. Proses berulang ini menciptakan arus konveksi yang terjadi secara alamiah^[5].



Gambar 2.1 Konveksi alami pada (a) atmosfer; (b) ruangan^[5]

Gambar 2.1 merupakan contoh konveksi alami fluida udara pada atmosfer dan ruangan. Pada Gambar 2.1(a), udara panas di atas daratan naik kemudian menjadi dingin dan turun ke atas lautan. Udara dingin kemudian menuju ke daratan memanas, dan naik. Proses konveksi ini menciptakan angin laut. Pada Gambar 2.1(b), udara yang masuk melalui jendela merupakan udara dingin. Udara dingin

menempati bagian bawah ruangan kemudian menjadi panas karena temperatur ruangan, kemudian naik ke bagian atas ruangan dan keluar melalui jendela. Proses konveksi ini merupakan penerapan dari ventilasi pasif yang hemat energi^[5]. Proses yang serupa diteliti dengan *inclined cavity* sebagai *enclosure*.



Gambar 2.2 Diagram gaya bebas dari *inclined cavity*

Pada Gambar 2.2, *enclosure* membentuk sudut θ terhadap bidang horizontal. Dinding kiri sebagai dinding panas dan dinding kanan sebagai dinding dingin yang masing-masing mempunyai suhu T_h dan T_c . Dinding atas dan bawah berfungsi sebagai dinding adiabatik yang tidak dapat melewatkan panas atau besar fluks panas adalah nol ($q'' = 0$). Pada model ini, syarat batas berupa nilai yang telah dilakukan non-dimensionalisasi dengan rentang 0 - 1 yang digunakan adalah:

1. Dinding atas dan bawah merupakan dinding adiabatik dengan $\frac{dT}{dy} = 0$.
2. Dinding kiri mempunyai temperatur $T_h = 0$ dan dinding kanan mempunyai temperatur $T_c = 1$.
3. Keempat dinding merupakan dinding *no-slip* di mana $u = 0, v = 0, \psi = 0$.

2.2 *Governing Equations* untuk Aliran Konveksi Alami pada *Inclined Cavity*

Fluida yang bergerak mempunyai gradien kecepatan dan temperatur yang memenuhi hukum dasar alam. Setiap titik dalam fluida harus memenuhi konservasi massa, konservasi energi, dan hukum gerak Newton. Ketiga syarat ini membentuk adanya *governing equations* pada pergerakan fluida yang mencakup ekspresi dari hukum konservasi massa (kontinuitas), hukum konservasi momentum, dan hukum konservasi energi^[2].

Persamaan Navier-Stokes digunakan sebagai *governing equations* untuk memodelkan fenomena dinamika fluida yang menggambarkan aliran fluida viskos yang tak termampatkan^[6]. Pada kasus *inclined cavity* dengan kemiringan *cavity* sebesar θ seperti pada Gambar 2.1, terdapat gaya yang bekerja langsung pada massa fluida, yaitu gaya gravitasi. Persamaan Navier-Stokes 2D dalam variabel primitif u , v , p , dan T yang terdiri dari Persamaan Kontinuitas, Persamaan Momentum, dan Persamaan Panas pada permasalahan *inclined cavity* dituliskan sebagai berikut.

1. Persamaan Kontinuitas

Persamaan kontinuitas dari pengaplikasian konservasi massa pada aliran dinyatakan sebagai :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

dengan :

ρ : massa jenis fluida (kg/m^3)

t : waktu (s)

\vec{V} : vektor kecepatan aliran

Pada aliran *incompressible* di mana $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ dengan komponen kecepatan aliran $\vec{V} = (u, v)$, persamaan kontinuitas menjadi :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0$$

Dengan mengoperasikan divergensi, didapat :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

dengan :

u : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu x (m/s)

v : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu y (m/s)

x : satuan panjang pada arah sumbu x (m)

y : satuan panjang pada arah sumbu y (m)

2. Persamaan Momentum

Persamaan momentum dari pengaplikasian konservasi momentum pada arah sumbu x adalah :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \rho g \sin \theta \quad (2)$$

Persamaan konservasi momentum pada arah sumbu y adalah :

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \cos \theta \quad (3)$$

Pada Aproksimasi Boussinesq, diasumsikan bahwa :

$$\rho = \rho_{\infty} + \rho'$$

di mana ρ_{∞} adalah massa jenis referensi dan ρ' adalah fluktuasi dari massa jenis.

Diasumsikan bahwa penyebab perubahan massa jenis adalah gaya *buoyancy*, maka

pada kedua sumbu yang dipengaruhi oleh gaya gravitasi, massa jenis setelah fluktuasi dapat dituliskan sebagai :

$$\rho = \rho_{\infty} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p (T - T_{\infty}) \quad (4)$$

Substitusi Persamaan (4) ke Persamaan (2) dan (3) :

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ = & -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left(\rho_{\infty} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p (T - T_{\infty}) \right) g \sin \theta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ = & -\frac{\partial \rho}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \left(\rho_{\infty} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p (T - T_{\infty}) \right) g \cos \theta \end{aligned} \quad (6)$$

Ketika fluida diam, $u = 0$ dan $v = 0$. Persamaan (5) dan (6) menjadi :

$$-\frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial x} - \rho_{\infty} g \sin \theta = 0$$

$$-\frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial y} - \rho_{\infty} g \cos \theta = 0$$

Maka, $\frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial x}$ dan $\frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial y}$ dapat ditulis sebagai :

$$\frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial x} = -\rho_{\infty} g \sin \theta \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial y} = -\rho_{\infty} g \cos \theta \quad (8)$$

Substitusi Persamaan (7) pada Persamaan (5) :

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ = & -\frac{\partial(\rho - \rho_{\infty})}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p (T - T_{\infty}) g \sin \theta \end{aligned} \quad (9)$$

Substitusi Persamaan (8) pada Persamaan (6) :

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ = & - \frac{\partial(\rho - \rho_{\infty})}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p (T - T_{\infty}) g \cos \theta \end{aligned} \quad (10)$$

Kedua ruas pada persamaan (9) dan (10) dikalikan dengan $\frac{1}{\rho_{\infty}}$. Setelah dilakukan substitusi dengan koefisien viskositas kinematik $\nu = \frac{\mu}{\rho_{\infty}}$ dan koefisien perubahan parsial massa jenis fluida karena perubahan temperatur pada proses isobarik $\beta = -\frac{1}{\rho_{\infty}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ didapat persamaan :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ = & - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \beta (T - T_{\infty}) g \sin \theta \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \\ = & - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \beta (T - T_{\infty}) g \cos \theta \end{aligned} \quad (12)$$

dengan :

ρ : massa jenis fluida (kg/m^3)

t : waktu (s)

g : konstanta percepatan gravitasi (m/s^2)

u : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu x (m/s)

v : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu y (m/s)

x : satuan panjang pada arah sumbu x (m)

y : satuan panjang pada arah sumbu y (m)

ν : massa jenis fluida (kg/m^3)

β : koefisien ekspansi termal pada kondisi isobarik ($1/K$)

3. Persamaan Panas

Dengan mengabaikan disipasi energi atau mengasumsikan tidak ada energi yang hilang, persamaan panas dalam perpindahan panas pada aliran dinyatakan sebagai :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

dengan :

T : temperatur (K)

t : waktu (s)

u : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu x (m/s)

v : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu y (m/s)

x : satuan panjang pada arah sumbu x (m)

y : satuan panjang pada arah sumbu y (m)

α : difusivitas termal (m^2/s)

2.3 Persamaan Navier-Stokes dalam Formulasi *Vorticity-Stream Function*

Stream function (ψ) dan *vorticity* (ω) merupakan pendekatan yang populer untuk solusi persamaan Navier-Stokes 2D untuk aliran tak termampatkan. *Stream function* pada aliran 2D tak termampatkan adalah fungsi $\psi(x, y, t)$ di mana :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (14)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (15)$$

Vorticity merupakan rotasi lokal dari fluida. *Vorticity* didapatkan dari menjumlahkan kecepatan sudut di dua sumbu yang saling tegak lurus. Pada rotasi benda padat, besar *vorticity* adalah dua kali kecepatan sudut pada setiap sumbu karena setiap sumbu berputar pada laju yang sama. Pada fluida, kedua sumbu berputar dengan kecepatan dan arah yang berbeda. Jika kecepatan sama namun arah berlawanan, *net vorticity* bernilai nol atau disebut *irrotational vortex*^[16].

Secara matematis, *vorticity* pada medan kecepatan $\vec{V} = (u, v, w)$ didefinisikan sebagai *curl* dari medan kecepatan dan biasanya dinotasikan dengan omega (ω).

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \det \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

dengan $\vec{\nabla}$ sebagai operator gradien :

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Dengan mengoperasikan determinan, medan *vorticity* $\vec{\omega}$ ditulis sebagai^[16] :

$$\vec{\omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Pada aliran 2D di bidang $x - y$, hanya komponen z yang memiliki nilai (tidak nol), sebesar :

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (16)$$

Substitusi Persamaan (14) dan (15) pada persamaan (1), didapat :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = 0$$

Maka, dengan penggunaan *stream function* untuk menyatakan komponen kecepatan fluida, persamaan kontinuitas otomatis terpenuhi.

Persamaan Kontinuitas pada persamaan (1) dan Persamaan Momentum pada persamaan (11) dan (12) ditulis dalam variabel primitif u , v , p , dan T , di mana terdapat empat buah variabel yang tidak diketahui, sedangkan persamaan yang dimiliki hanya berjumlah tiga. Oleh karena itu, untuk mengurangi jumlah variabel yang tidak diketahui, persamaan dapat ditulis dalam *stream function* (ψ) dan *vorticity* (ω), sehingga didapat solusi dalam ψ dan ω .

1. Persamaan *Stream Function*

Untuk mendapatkan persamaan *stream function*, dilakukan substitusi persamaan (14) dan (15) pada persamaan (16).

$$\omega = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$$

Maka, persamaan Poisson untuk *stream function* dapat ditulis sebagai :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \tag{17}$$

U N I V E R S I T A S
M U L T I M E D I A
N U S A N T A R A

2. Persamaan *Vorticity*

Untuk mendapatkan persamaan *vorticity*, dilakukan substitusi Persamaan (9) dan (10) pada Persamaan (16), dengan Persamaan (9) sebagai u dan Persamaan (10) sebagai v .

Penurunan Persamaan (9) terhadap y :

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ &= - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p g \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (18)$$

Penurunan Persamaan (10) terhadap x :

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ &= - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p'}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p g \cos \theta \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (19)$$

Persamaan (19) dikurangi (18), dan dari definisi Persamaan (1) dan (16), didapat :

$$\begin{aligned} & \rho_{\infty} \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \\ &= \mu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p g \left(\cos \theta \frac{\partial T}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

Dari persamaan adveksi-difusi untuk *vorticity*, di mana konstanta $\nu = \frac{\mu}{\rho_{\infty}}$ adalah

koefisien viskositas kinematik dan konstanta $\beta = -\frac{1}{\rho_{\infty}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ adalah koefisien

ekspansi termal pada kondisi isobarik, Persamaan (20) dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \\ &= \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) - \beta g \left(\cos \theta \frac{\partial T}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

3. Persamaan Panas

Pada persamaan panas, dengan konstanta difusivitas termal $\alpha = \frac{k}{\rho_{\infty} c_p}$, dapat

ditulis sebagai :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (22)$$

dengan :

T : temperatur (K)

t : waktu (s)

u : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu x (m/s)

v : komponen kecepatan aliran pada arah sumbu y (m/s)

x : satuan panjang pada arah sumbu x (m)

y : satuan panjang pada arah sumbu y (m)

α : difusivitas termal (m²/s)

k : konduktivitas termal (W/mK)

c_p : kapasitas kalor spesifik (J/kgK)

ρ_{∞} : massa jenis referensi (kg/m³)

Dengan formulasi *vorticity-stream function*, telah didapat tiga persamaan yaitu persamaan (17), (21), dan (22) yang mempunyai tiga variabel yang tidak diketahui yaitu ψ , ω , dan T untuk dicari solusinya menggunakan skema numerik.

2.4 Non-Dimensionalisasi Persamaan

Persamaan *stream function*, *vorticity*, dan energi perlu dilakukan non-dimensionalisasi untuk mengurangi jumlah parameter bebas dan untuk mendapat

ukuran relatif antara parameter-parameter yang berbeda. Variabel non-dimensional yang digunakan adalah :

$$\bar{x} = \frac{x}{L} \quad (23a)$$

$$\bar{y} = \frac{y}{L} \quad (23b)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\alpha/L^2} \quad (23c)$$

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{\alpha} \quad (23d)$$

$$\bar{T} = \frac{T - T_{\infty}}{T_h - T_c} \quad (23e)$$

$$\bar{t} = \frac{t}{L^2/\alpha} \quad (23f)$$

$$\bar{u} = \frac{u}{\alpha/L} \quad (23g)$$

$$\bar{v} = \frac{v}{\alpha/L} \quad (23h)$$

dengan :

t : waktu (s)

x : satuan panjang pada arah sumbu x (m)

y : satuan panjang pada arah sumbu y (m)

L : dimensi panjang (m)

ω : *vorticity* ($1/s$)

α : difusivitas termal (m^2/s)

ψ : streamline (m)

T_{∞} : temperatur fluida (K)

T_h : temperatur pada dinding panas (K)

T_c : temperatur pada dinding dingin (K)

Bilangan non-dimensional merupakan perbandingan dua bilangan yang berdimensi sama, sehingga dimensinya dapat diiadakan. Bilangan non-dimensional yang digunakan adalah :

- Bilangan Rayleigh, merupakan rasio dari gaya *buoyancy* dan difusivitas termal yang menunjukkan seberapa fluida didorong oleh daya apung. Bilangan Rayleigh merupakan perkalian dari bilangan Grashof dan bilangan Prandtl.

Bilangan Rayleigh didefinisikan sebagai :

$$Ra = \frac{\beta \rho g L^3 (T_h - T_c)}{\mu \alpha} \quad (24)$$

dengan :

Ra : bilangan Rayleigh

ρ : massa jenis (kg/m^3)

g : konstanta percepatan gravitasi (m/s^2)

L : *characteristic length* (m)

T_h : temperatur pada dinding panas (K)

T_c : temperatur pada dinding dingin (K)

μ : viskositas dinamis (kg/ms)

α : difusivitas termal (m^2/s)

- Bilangan Prandtl, merupakan rasio dari difusivitas momentum dan difusivitas termal. Ketika terdapat tekanan yang diaplikasikan pada fluida tak termampatkan, kecepatan fluida berubah dan menyebabkan momentum menyebar pada arah relatif tekanan terhadap arah aliran^[17]. Difusivitas

momentum mempunyai arti sebagai viskositas kinematik yaitu kemampuan fluida untuk transport momentum, yang didefinisikan sebagai :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

dengan :

ν : viskositas kinematik (m^2/s)

μ : viskositas dinamik (kg/ms)

ρ : massa jenis (kg/m^3)

Bilangan Prandtl didefinisikan sebagai :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (25)$$

dengan :

Pr : bilangan Prandtl

ν : viskositas kinematik (m^2/s)

α : difusivitas termal (m^2/s)

Non-dimensionalisasi persamaan dilakukan dengan melakukan substitusi Persamaan (23a)-(23h), (24), dan (25) pada Persamaan (17), (21), dan (22).

1. Persamaan *Stream Function*

Bentuk non-dimensional dari persamaan *stream function* pada persamaan (17) adalah :

$$\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{y}^2} = -\bar{\omega} \quad (26)$$

2. Persamaan *Vorticity*

Bentuk non-dimensional dari persamaan *vorticity* pada Persamaan (21) adalah :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{y}} \\ & = Pr \left(\frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \bar{y}^2} \right) + Ra \cdot Pr \left(\cos \theta \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} - \sin \theta \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Persamaan (27) dapat ditulis :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{t}} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{x}} - \bar{v} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{y}} \\ & + Pr \left(\frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \bar{y}^2} \right) + Ra \cdot Pr \left(\cos \theta \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} - \sin \theta \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

3. Persamaan Panas

Bentuk nondimensional dari persamaan panas pada persamaan (22) adalah :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \quad (29)$$

Persamaan (29) dapat ditulis

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} - \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \quad (30)$$

di mana \bar{u} merupakan besaran non-dimensional dari vektor kecepatan fluida pada sumbu x, dan \bar{v} merupakan besaran non-dimensional vektor kecepatan fluida pada sumbu y, yang ditulis sebagai :

$$\bar{u} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}} \quad (31)$$

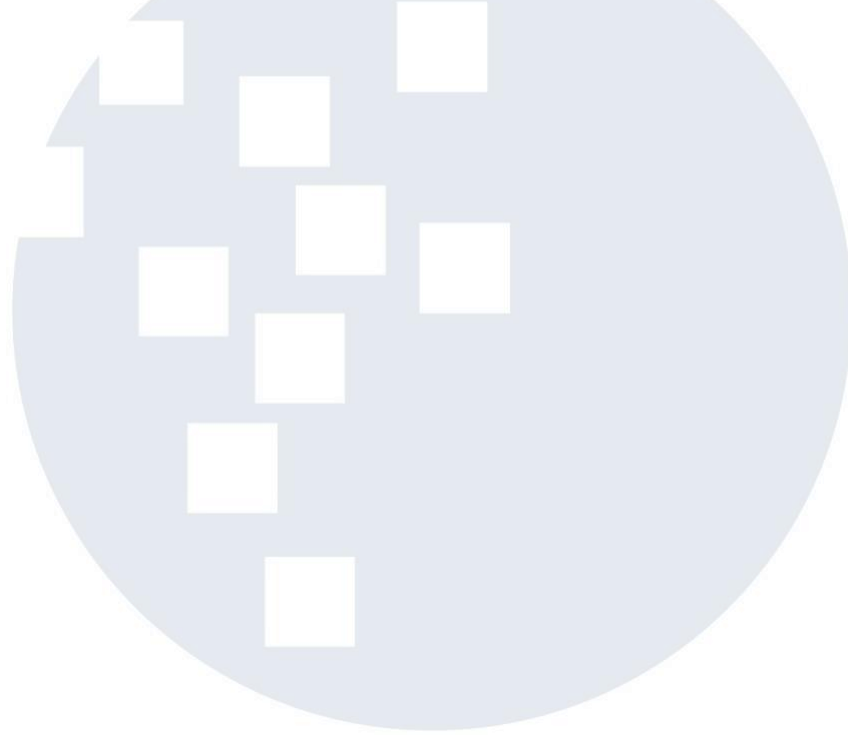
$$\bar{v} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \quad (32)$$

2.5 State of the Art

Zhang^[6] menggunakan skema *fourth-order compact finite difference* dengan metode *multigrid* untuk mensimulasikan *2D square driven cavity flow* dengan variasi bilangan Reynolds. Solusi numerik yang diperoleh pada bilangan Reynolds tinggi dibandingkan dengan *benchmark* Ghia dkk.^[7]. Masalah pada penelitian Zhang^[6] sedikit berbeda dengan Ghia dkk.^[7], yaitu kecepatan u pada dinding bagian atas ($y = 1$) diinduksi dengan gerakan dari kanan ke kiri, sedangkan pada penelitian Ghia dkk.^[7] diinduksi dengan gerakan dari kiri ke kanan. Nilai yang dihitung pada titik grid (x, y) yang pada tabel Zhang^[6] dibandingkan dengan nilai pada titik grid $(1 - x, y)$ pada *benchmark* Ghia dkk.^[7]. Solusi komputasi untuk masalah *driven cavity* hingga $Re = 7500$ dengan diskritisasi yang lebih kasar dapat dibandingkan dengan baik dengan solusi *benchmark* yang diperoleh peneliti lain menggunakan diskritisasi yang lebih halus.

Koca dkk.^[8] meneliti pengaruh bilangan Prandtl pada perpindahan panas konveksi alami dan pola aliran fluida dalam *enclosure* segitiga siku-siku menggunakan metode *finite difference*. Dinding bawah segitiga dipanaskan sebagian, sedangkan bagian lainnya menjadi dinding adiabatik. Bagian dari dinding yang dipanaskan ini berfungsi sebagai dinding panas, sementara dinding bagian miring berfungsi sebagai dinding dingin seluruhnya. Dinding tegak berfungsi sebagai dinding adiabatik. Hasil simulasi menunjukkan bahwa aliran panas bergerak dari bawah dan menabrak dinding miring dan dua sel terbentuk dalam arah yang berbeda. Sel kiri berputar berlawanan arah jarum jam, sedangkan sel kanan berputar searah jarum jam. Persimpangan kedua sel berada di tengah bagian dinding yang dipanaskan. Nilai absolut ekstrim dari *stream function* meningkat dengan

meningkatnya bilangan Rayleigh. Letak sel kanan yang berputar searah jarum jam hampir tidak berubah bahkan pada bilangan Rayleigh tertinggi, dan sel ketiga terbentuk di sudut atas segitiga pada hasil simulasi ketika $Ra = 10^6$.



UMMN

UNIVERSITAS
MULTIMEDIA
NUSANTARA